Числовые множества

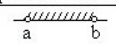
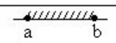
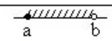
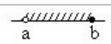
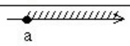
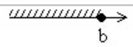
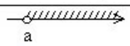
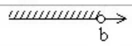
Множество натуральных чисел: $\mathrm{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$

Множество целых чисел: $\mathrm{Z} = \{\ldots -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

Множество рациональных чисел: $Q = \left\{\frac{m}{n}\right\}, где\ \mathrm{m} \in \mathrm{Z};\ \mathrm{n} \in \mathrm{N}$

R - множество действительных чисел (рациональных и иррациональных).
Иррациональные числа не могут быть представимы ввиде дроби, как рациональные.
Примеры - число Пи, квадратный корень из 3, и.т.д.

Названия и обозначения числовых промежутков на координатной прямой

Название числового промежутка	Геометрическое изображение	Обозначение	Запись с помощью неравенств
Интервал		(a; b)	$a < x < b$
Отрезок		[a; b]	$a \le x \le b$
Полуинтервал		[a; b)	$a \le x < b$
		(a; b]	$a < x \le b$
Луч		[a; +∞)	$x \ge a$
		(-∞; b]	$x \le b$
Открытый луч		(a; +∞)	$x > a$
		(-∞; b)	$x < b$
Числовая прямая		(-∞; +∞)	$-\infty < x < +\infty$

Признаки делимости целых чисел

Число делится на 2, если его последняя цифра делится на 2.
Число делится на 3 (или на 9), если сумма его цифр делится на 3 (или на 9).
Число делится на 5, если оно заканчивается на 0 или на 5.

Закон сложения и умножения чисел

Переместительный закон:
a + b = b + a; a b = b a.

Сочетательный закон:

(a + b) + c = a + (b + c);
(a b) c = a (b c).

Распределительный закон: (a + b) c = a c + b c.

Модуль действительного числа

$$|a| = \begin{cases} a, \textit{если } \mathrm{a} \geq 0, \\ -a, \textit{если } \mathrm{a} < 0. \end{cases}$$

Свойства модулей

$$1. |ab| = |a|\,|b|.$$

$$2. \left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}.$$

$$3. |a+b| \leq |a| + |b|.$$

$$4. |a-b| \geq |a| - |b|.$$

Формулы сокращенного умножения

$$1. (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2. (a-b)^2 = a^2 - 2ab - b^2$$

$$3. (a-b)\ (a+b) = a^2 - b^2$$

$$4. (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$5. (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$6. (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right) = a^3 + b^3$$

$$7. (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right) = a^3 - b^3$$

Степени (m, n - целые числа)

$$1. a^m \cdot a^n = a^{n+m}.$$

$$2. a^m \div a^n = a^{n-m}.$$

$$3. \left(a^m\right)^n = a^{mn}.$$

$$4. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (b \neq 0).$$

$$5. a^0 = 1 \quad (a \neq 0).$$

$$6. a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0).$$

Квадратные корни (a ≥ 0, b ≥ 0)

$1. \sqrt{a} \geq 0.$

$2. \left(\sqrt{a}\right)^2 = a.$

$3. \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}.$

$4. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0).$

$5. \sqrt{a^2} = |a|$

Степень с рациональным показателем

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad a > 0, m \in Z, n \in N, n > 1.$$

Пропорция

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ и теорема Виета

$D = b^2 - 4ac.$

$1. D > 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{b + \sqrt{D}}{2a}, x_2 = -\frac{b - \sqrt{D}}{2a}.$

$2. D = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}.$

$3. D < 0 \Rightarrow$ действительных корней нет.

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ (теорема Виета).

Арифметическая прогрессия

Определение:

$a_{n+1} = a_n + d$

$a_n = a_1 + (n - 1)d$

Свойства:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, n > 1$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}; S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} * n$$

Геометрическая прогрессия

Определение:

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Свойства:

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}, \quad n > 1$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S = \frac{b_1}{1-q}, \quad |q| < 1$$