Таблица неопределенных интегралов

Обычно при нахождении интегралов сначала используются правила интегрирования, а затем – таблица интегралов.

Правила интегрирования:

1) $\int Cudx = C\int udx$, здесь и далее C – постоянное число
– константу можно вынести за знак интеграла.
2) $\int (u \pm v)dx = \int udx \pm \int vdx$ – интеграл суммы двух функций равен сумме двух интегралов.
3) $\int udv = uv - \int vdu$ (правило интегрирования по частям).

Таблица неопределенных интегралов:

$$\int dx = x + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ \ (n \neq -1)$$

Следует обратить внимание, что интеграл от степенной функции – это самая используемая вещь на практике. Многие (но не все!) корни, например $\sqrt[3]{x^5}$, $\frac{1}{\sqrt[7]{x^2}}$, $\frac{1}{x^5}$, нужно представить в виде $x^{\frac{a}{b}}$ для применения формулы $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ (как представить – см. *Горячие формулы школьного курса математики*: http://mathprofi.ru/matematicheskie_formuly.html)

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$, в частности, $\int e^x dx = e^x + C$

Тригонометрические функции:

$$\int \sin x dx = -\cos x + C;$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C;$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = tgx + C;$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -ctgx + C$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} arctg\frac{x}{a} + C$$, в частности $\int \frac{dx}{1 + x^2} = arctgx + C;$

$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$ «высокий логарифм»

Примечание: часто данную формулу можно встретить немного в другом виде, например: $\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + C$ *, но первый вариант, на мой взгляд, удобнее.*

$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+A}} = \ln\left|x+\sqrt{x^2+A}\right| + C$, или, то же самое:

$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-A}} = \ln\left|x+\sqrt{x^2-A}\right| + C$ «длинный логарифм».

$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C$

Интегралы от гиперболических функций не указываю, так как они на практике не встречаются (в отличие от производных, которые встречаются, да и то очень редко).

! Важно

Иногда встречаются очень большие таблицы интегралов (порядка 100 штук).
Такие таблицы рекомендую использовать только в самом крайнем случае, так как интегралы от «других функций» на самом деле являются следствием правил и приемов интегрирования. И, соответственно, подобное «решение» может сильно понравиться преподавателю.
Типичный пример «табличного» интеграла: $\int \ln x dx = x(\ln x - 1) + C$
В действительности, для того, чтобы найти интеграл от логарифма, необходимо применить правило интегрирования по частям и подробно расписать ход решения.

А вот неберующиеся неопределенные интегралы:
$\int e^{-x^2} dx$ – интеграл Пуассона
$\int \sin x^2 dx$, $\int \cos x^2 dx$ – интегралы Френеля
$\int \frac{dx}{\ln x}$ – интегральный логарифм
$\int \frac{e^x dx}{x}$ – интегральная экспонента
$\int \frac{\sin x dx}{x}$ – интегральный синус
$\int \frac{\cos x dx}{x}$ – интегральный косинус.

Изредка на «дурачка» проскакивают. Встретятся, не мучайтесь, в ответе достаточно указать, что интеграл не берется. А если такие интегралы «всплывут» *в ходе решения* какого-либо интеграла, значит, Вы либо ошиблись, либо интеграл является неберущимся, либо, что вероятнее всего, в условии допущена опечатка.